Voorbereiding toelatingsexamen arts/tandarts

Wiskunde arts 2022

2 november 2022

Brenda Casteleyn

Keu6
Coaching & Onderzoek

Vraag 1

De oplossingen van de vierkantsvergelijking $x^2 – 5x + c = 0$, met c € R, zijn de reële getallen x_1 en x_2. Als $x_1 - x_2 = 3$, dan ligt c in het interval

<A> $]3,5[$
<B> $]1,3[$
<A> $]-3,-1[$
<C> $]-5,-3[$

Oplossing:

$x^2 – 5x + c = 0$

D = 25 -4c

$X_1 = 5 + (\sqrt{25-4c})/2$ en $x_2 = 5 - (\sqrt{25-4c})/2$

$x_1 - x_2 = 3$ (gegeven), dus $5 + (\sqrt{25-4c})/2 – (5 - (\sqrt{25-4c})/2) = 3$

$\sqrt{25-4c} = 3$

(25-4c) = 9 of c = 4

➔ Antwoord A

Alternatieve oplossing met dank aan Walter Goessens door gebruik te maken van de som- en productformules voor de oplossingen van een tweedegraadsvergelijking

$ax^2 + bx + c = 0$: S = $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ en P = $x_1 \,.\, x_2 = \frac{c}{a}$

$x^2 - 5x + c = 0$: S = $x_1 + x_2 = +5$ (1)

P = $x_1 \,.\, x_2 = c$ (2)

Combinatie van (1): $x_1 + x_2 = 5$

en gegeven: $x_1 - x_2 = 3$

geeft $2x_1 + 0 = 8$ dus $\boldsymbol{x_1} = 4$ en daarom $\boldsymbol{x_2} = 1$ en dus (2) c = 4

Vraag 2

Een vierhoek ABCD wordt bepaald door volgende rechten met vergelijkingen:

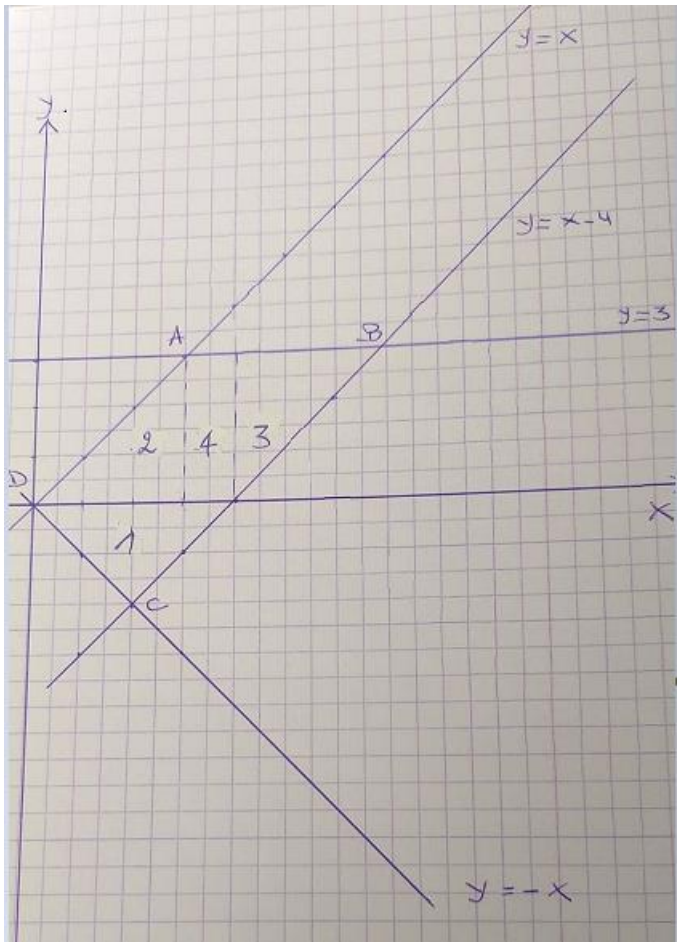
AB: y = 3

BC: y = x – 4

CD: y = -x

DA: y = x

Wat is de oppervlakte van deze vierhoek?



Oplossing: de som is de oppervlakte van 1+2+3+4

1 is een driehoek met basis 4 en hoogte 2 → opp =4

2 en 3 zijn twee gelijke driehoeken die als je ze tegen elkaar schuift een vierkant vormen: opp = 3.3 = 9

4 is een rechthoek met oppervlakte = 1.4 = 4

De totale oppervlakte is dus 4+9+4 = 16

➔ Antwoord A

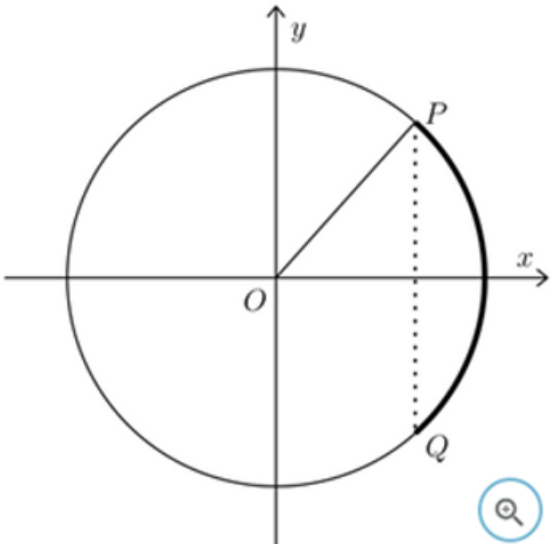
<u>Vraag 3</u>

De figuur toont het punt P op de eenheidscirkel.

De hoek (uitgedrukt in radialen) tussen de rechte OP en de x-as wordt gegeven door α € $[0, \pi]$.

Je vindt het punt Q door P te spiegelen rond de x-as.

De lengte van de cirkelboog $\widehat{PQ}$ op de eenheidscirkel is gelijk aan



Oplossing:

Ter info:

Formule booglengte =2.π.r.(α /360°)

Eén radiaal is gedefinieerd als de grootte van een middelpuntshoek van een cirkel waarvan de lengte van de boog gelijk is aan de lengte van de straal (radius). Een hoek van bijvoorbeeld 1,7 rad staat dus op een boog waarin 1,7 maal de straal van de cirkel past.

- ➔ Booglengte = 2.r.α en vermits het een eenheidscirkel is, is r =1
- ➔ Antwoord A

<u>Vraag 4</u>

De integraal $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} sin^2\, x \cos x\, dx$

Oplossing:

Cos x.dx = d(sin x)

$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} sin^2\, x \cos x\, dx$ = $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} sin^2\, x\, d(sinx)$

$\left[\frac{sin^3x}{3}\right]_{-\pi/2}^{\pi/2}$ = $1^3/3 – ((-1)^3/3) = 1/3 +1/83 = 2/3$

➔ Antwoord C

<u>Vraag 5</u>

Vooraf: de logaritme met grontal p van een strikt positief getal x noteren we als $^p\log\ x$.

Als $^8\log(4\sqrt{2}) = a$ dan is $64^a – 64^{-a}$ gelijk aan

Oplossing:

$^8\log(4\sqrt{2}) = a$

$(4\sqrt{2}) = 8^a$

$(4\sqrt{2})^2 = (8^a)^2$

$16.2 = 8^{2a} = (8^2)^a$

$32 = 64^a$

$64^{-a} = 1/32$

$64^a - 64^{-a} = 32 – 1/32 = (1024-1)/32 = 1023/32$

➔ Antwoord A

<u>Vraag 6</u>

Deling van de veeltermen $P_1(x) = (2x – 3)^2$ en $p_2 = (2x + 1)^2$

door x – a (met a € R) geeft dezelfde rest.

Hoeveel is die rest?

$(2x – 3)^2 = 4x^2 -12x +9$

	4	-12	9
a		4a	$4a^2$-12a
	4	4a-12	9+$4a^2$-12a

$(2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$

	4	4	1
a		4a	$4a^2+4a$
	4	4a+4	$1+4a^2+4a$

Stel de resten gelijk aan elkaar en bereken a:

$9+4a^2-12a = 1+4a^2+4a$

$8 = 16a$ of $a = ½$

Vul a in → $9+4\,(1/2)^2-12\,(1/2) = 1+4(1/2)^2+4(1/2)$

- → $9 + 4.\ ¼ - 6 = 1 + 4(1/4) + 2$
- → $9 + 1 – 6 = 1 + 1 + 2$
- → $4 = 4$
- → Antwoord A

<u>Vraag 7</u>

Vooraf: De logaritme met grondtal e wordt genoteerd als ln.

Beschouw de functie f met functievoorschrift

$f(x) = x – 3 \ln(x-1)$ (met $x > 1$).

In welk van de onderstaande intervallen is de functie f montoon stijgend?

Oplossing

$f'(x) = ‘x – 3 \ln(x-1))’ = 1 – 3/(x-1) = (x-1-3)/(x-1) = (x-4)(x-1)$

Tekenverloop:

x	1		4	
(x-4)	/	-	0	+
(x-1)	/	+	+	+
(x-4)(x-1)	/	-	0	+
x – 3 ln(x-1)	dalend		min	stijgend

Monotoon stijgend voor $x > 4$

→ Antwoord D

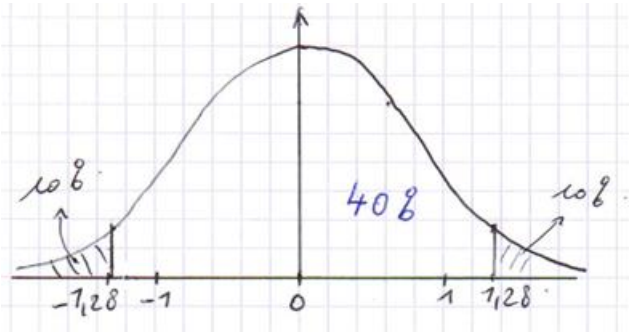
Vraag 8

Gegeven: voor een standaard normaal verdeelde toevalsveranderlijke Z geldt

P(0 < Z < 1,28)= 0,400 (afgeronde waarde tot op 3 decimalen).

Het nettogewicht van boontjes in blik van een bepaalde firma is normaal verdeeld met een standaardafwijking σ = 8 (uitgedrukt in gram). Men stelt vast dat 10% van de geproduceerde blikken minder dan 200 gram boontjes bevat.

Wat is de beste benadering voor het gemiddelde nettogewicht μ (uitgedrukt in gram) van de geproduceerde blikken?

Oplossing: 

Z = (x- μ)/ σ

Z. σ = x- μ

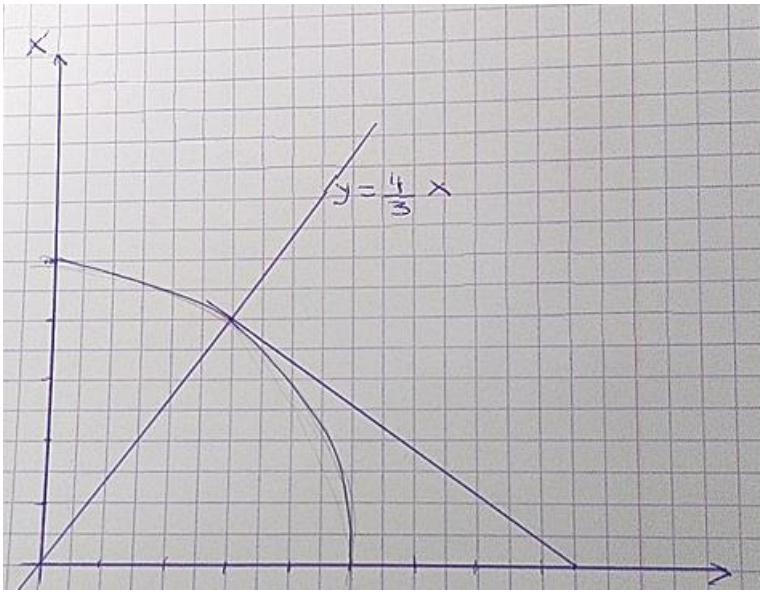
of μ = x - Z. σ = 200 – (-1.28.8) = 210,2

➔ Antwoord C

Vraag 9

Een cirkel met middelpunt (0,0) en straal 5 ligt in het xy-vlak. Deze cirkel snijdt de rechte met vergelijking 4x – 3y = 0 in het punt P gelegen in het eerste kwadrant. De raaklijn aan de cirkel in het punt P snijdt de x-as in het punt.

Oplossing:



Bepaal het snijpunt van de twee vergelijkingen:

$x^2 + y^2 = 5^2$

$4x - 3y = 0$ of $y = 4/3x$

➔ $X^2 + (4/3)^2x^2 = 25$
➔ $X^2 + 16/9.x^2 = 25$
➔ $X^2 = 25.(9/25) = 9$ of $x = 3$

Bereken y voor het snijpunt op x=3: $y = (4/3).3 = 4$

Het snijpunt is dus het punt (3,4)

Raaklijn aan de cirkel staat loodrecht op rechte $y = 4/3x$ en

Het product van de richtingscoëfficiënten van rechten die loodrecht op elkaar staan, is steeds gelijk aan -1 → richtingscoëfficiënt van raaklijn bepalen:

$a.4/3 = -1$ of $a = -3/4$

Vergelijking van raaklijn:

$(y - 4)(x-3) = -3/4$

$y-4 = -3/4(x-3)$

$y = -3/4x + 9/4 + 4 = -3/4x + 25/4$

Voor $y = 0$ → $0 = -3/4x + 25/4$ → $x = 25/3$

➔ Antwoord D

Vraag 10

Een ziekenhuiscomité bestaat uit 3 artsen. Er zijn 9 kandidaten om hiervan deel uit te maken: 4 geriaters, 3 oncologen en 2 pediaters. Hoeveel verschillende comités kunnen er gevormd worden als hierin minstens 1 pediater moet gekozen worden?

Oplossing:

Mogelijkheden met 1 pediater

- ➔ Aantal combinaties geriaters en oncologen = C_2^7 = 7!/(5!.2!) = 21
- ➔ 21.2 = 42 combinaties van geriaters en oncologen met 1 pediater

Mogelijkheden met 2 pediaters:

- ➔ C_1^7 = 7

Totaal aantal mogelijkheden: 42+7 = 49

- ➔ Antwoord B