

Vorbereiding toelatingsexamen arts/tandarts

Wiskunde dierenarts 2024 Oplossingen

22 juli 2024

Brenda Casteleyn, PhD



Keu6

Coaching & Onderzoek

Vraag 1

Hoeveel is $(\sqrt{1} + \sqrt{25} + \sqrt{100})^{1/2}$

Oplossing $(\sqrt{1} + \sqrt{25} + \sqrt{100})^{1/2} = (1 + 25 + 10)^{1/2} = \sqrt{36} = 6$

→ Antwoord C

Vraag 2

Gegeven is de functie f met als voorschrift

$f(x) = \frac{1}{x+1}$ waarbij $x \neq -1$.

Wat is het voorschrift van de tweede afgeleide f'' ?

Oplossing:

$f(x) = \frac{1}{x+1} = f(x) (x+1)^{-1}$

$f'(x) = -1 (x+1)^{-2}$

$f''(x) = -2 \cdot -1 (x+1)^{-3}$

$f''(x) = 2 \cdot (x+1)^{-3}$

→ Antwoord D

Vraag 3

Een gelijkbenige driehoek heeft twee zijden met lengte l en een topdriehoek van 120° . Bepaal de oppervlakte van die driehoek.

Oplossing

Oppervlakte driehoek = $\frac{1}{2}$ basis.hoogte

De hoogte in de driehoek deelt de topdriehoek in twee gelijke hoeken van 60° .

hoogte = $l \cdot \cos 60^\circ = \frac{l}{2}$ (l = schuine zijde en hoogte = aanliggende rechthoekszijde)

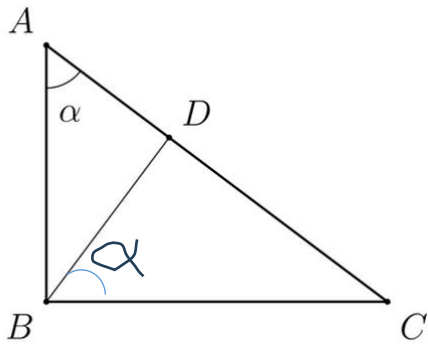
$\frac{1}{2}$ basis = $l \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} l$ (l = schuine zijde en $\frac{1}{2}$ basis = overstaande rechthoekszijde)

Opp = $\frac{l}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} l = l^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$

→ Antwoord C

Vraag 4

De niet-gelijkbenige driehoek ABC is rechthoekig in B. Noteer $\alpha = \hat{A}$. De rechte BD staat loodrecht op de rechte AC, en D is het snijpunt van deze twee rechten.



Welke van de volgende verhoudingen is **niet** gelijk aan $\tan \alpha$?

Oplossing: $\tan \alpha = \text{overstaande zijde} / \text{aanliggende zijde}$

$$\tan \alpha = \frac{|BC|}{|AB|} \text{ (driehoek ABD)}$$

$$\text{en } \tan \alpha = \frac{|BD|}{|AD|} \text{ (driehoek ABD)}$$

$$\text{en } \tan \alpha = \frac{|CD|}{|BD|} \text{ (driehoek BDC)}$$

→ Antwoord B

Vraag 5

Vooraf: zoals gebruikelijk stelt e het grondgetal van de natuurlijke logaritme voor.

De integraal $\int_1^{e^3} \frac{1}{3x} dx$

is gelijk aan

$$\begin{aligned} \int_1^{e^3} \frac{1}{3x} dx &= \frac{1}{3} \int_1^{e^3} \frac{1}{x} dx \\ &= \frac{1}{3} \int_1^{e^3} d(\ln x) \\ &= \left[\frac{\ln x}{3} \right]_1^{e^3} \\ &= \frac{\ln(e^3)}{3} - \frac{\ln(1)}{3} \\ &= \frac{3 \ln e}{3} - 0 = 1 \end{aligned}$$

→ Antwoord D

Vraag 6

Gegeven zijn de matrices

$$P = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ en } Q = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

Dan is $P \cdot P - \frac{1}{2} Q \cdot Q$ gelijk aan

Oplossing:

$$P \cdot P = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$Q \cdot Q = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2} Q \cdot Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$P \cdot P - \frac{1}{2} Q \cdot Q = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} = Q$$

→ Antwoord B

Vraag 7

Een gemengd koor bestaat uit vrouwen en mannen. De vrouwen zijn gemiddeld 170 cm en de mannen gemiddeld 180 cm groot. De gemiddelde lengte van alle personen uit het koor is 174 cm. Wat is de verhouding van het aantal vrouwen ten opzichte van het aantal mannen in het koor?

Oplossing:

X = aantal mannen

Y = aantal vrouwen

$$174 = \frac{X \cdot 180 + y \cdot 170}{x+y}$$

$$174x + 174y = 180x + 170y$$

$$6x = 4y \rightarrow y/x = 6/4 = 3/2$$

→ Antwoord D

Vraag 8

Aan een hockeycompetitie nemen 8 ploegen deel: 1 uit Nederland, 4 uit Vlaanderen en 3 uit Wallonië. Door loting wordt bepaald welke twee ploegen in de eerste wedstrijd tegen elkaar zullen spelen. Hoe groot is de kans dat in deze eerste wedstrijd een ploeg uit Vlaanderen tegen de Nederlandse ploeg zal moeten spelen?

Oplossing

$$\text{Totaal aantal mogelijke combinaties: } \binom{8}{2} = \frac{8!}{2!(6!)} = 28$$

Aantal gunstige gevallen: de Nederlandse ploeg kan tegen 4 Vlaamse ploegen uitkomen, dus 4 gunstige gevallen.

Kans dat in eerste wedstrijd een ploeg uit Vlaanderen tegen Nederlandse kan spelen is het aantal gunstige gevallen/totaal aantal combinaties = $4/28 = 1/7$

→ Antwoord B

Vraag 9

De grafiek van de functie f met functievoorschrift

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx$$

heeft precies één horizontale raaklijn als en slechts als

Oplossing:

$$\text{Eerste afgeleide: } f'(x) = 3x^2 + 2ax + b = 0$$

$$D = (2a)^2 - 4 \cdot 3b = 0 \quad (\text{want gegeven: slechts 1 oplossing})$$

$$4a^2 - 12b = 0$$

$$a^2 - 3b = 0$$

→ Antwoord A

Vraag 10

Veronderstel dat f en g functies zijn met voorschrift

$$f(x) = x^2 - x - 2 \quad \text{en} \quad g(x) = 2 - x - x^2.$$

De grafieken van f en g snijden elkaar in de punten A en B . Wat is de richtingscoëfficiënt van de rechte AB ?

Oplossing:

Stel de grafieken gelijk aan elkaar om de snijpunten te vinden:

$$x^2 - x - 2 = 2 - x - x^2$$

$$x^2 - x - 2 - 2 + x + x^2 = 0$$

$$2x^2 - 4 = 0$$

$$2x^2 = 4$$

$$\rightarrow x_1 = \sqrt{2} \quad \text{en } y_1 \text{ wordt dan voor } f(x): 2 - \sqrt{2} - 2 = -\sqrt{2}$$

$$\rightarrow \text{en } x_2 = -\sqrt{2} \quad \text{en } y_2 \text{ wordt dan voor } f(x): 2 + \sqrt{2} - 2 = \sqrt{2}$$

Bereken de richtingscoëfficiënt met $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$(-\sqrt{2} - \sqrt{2}) / (\sqrt{2} + \sqrt{2})$$

$$-2\sqrt{2} / 2\sqrt{2}$$

$$= -1$$

➔ Antwoord A